



Grundlegende Informationen:

Im Folgenden erhältst du deine Arbeitsaufträge für diese Woche. Diese bestehen im Allgemeinen aus Hefteinträgen sowie Übungsaufgaben. Die Lösungen der Übungsaufgaben erhältst du zu Beginn der darauffolgenden Woche. Denke bitte jeden Tag daran, das jeweilige Datum an den Rand zu notieren, um eine grobe Orientierung zu ermöglichen. Die Nummerierung der Schulübungen setzen wir für die Dauer des digitalen Unterrichts aus.

Die Einträge, die in den schwarzen Boxen stehen, sind wortwörtlich ins Heft zu übernehmen. Die Sätze in den roten Boxen sind Merksätze. Auch sie sollen wörtlich ins Heft übernommen und zusätzlich mit einem roten Kasten umrahmt werden. *(Beides tritt in diesem ersten Arbeitsauftrag noch nicht auf.)* Die außen stehenden Texte sind entweder Erklärtexpte oder Arbeitsaufträge, die du bitte wie beschrieben ausführst. Haltet dich dabei an die angegebene Reihenfolge und gestalte deinen Hefteintrag so ansprechend und übersichtlich wie möglich.

Die Lösungen der Aufgaben aus der letzten Woche findest du am Ende des Dokuments. Vergleiche deine eigene Lösung damit. Falls du Fehler gemacht hast, so sieh dir die Musterlösung genau an und versuche die Aufgabe anschließend eigenständig und schriftlich erneut zu lösen. Wiederhole dies, bis du die Aufgabe eigenständig richtig lösen kannst.

Solltest du Fragen zu den Arbeitsaufträgen oder Aufgaben haben, dann notiere sie dir mit dem Bleistift an den Rand deines Heftes. Diese beantworten wir dann in der Klasse, sobald wir uns wieder sehen!

Falls etwas unklar ist oder du Fragen hast, so können du oder deine Eltern sie mir gerne in einer E-Mail an die Adresse andrea.weigert@willibald-gymnasium.de stellen.

Arbeitsauftrag:

In der vergangenen Woche haben wir uns mit dem systematischen Lösen linearer Gleichungen befasst und haben außerdem bereits erste Gleichungen selbst aufgestellt.

Dir ist dabei hoffentlich aufgefallen, wie praktisch Gleichungen sein können.

Mussten wir früher bei Aufgaben wie S.137/2 eine Skizze zeichnen und durch geschicktes Raten auf die gesuchten Winkel kommen, so können wir die Fragestellung nun in eine Gleichung übersetzen und einfach nach der gesuchten Variable auflösen.

(Indirekt haben wir das auch früher schon gemacht, nur jetzt kennen wir auch ein allgemeingültiges Lösungsverfahren ;))

Bevor es zu Missverständnissen kommt: Die Tatsache, dass wir nun Gleichungen verwenden können, macht Skizzen aber nicht prinzipiell überflüssig. Sie sind nach wie vor eine hervorragende Möglichkeit Aufgabenstellungen zu veranschaulichen und die eigenen Gedanken zu sortieren. Nur benötigen wir sie nun für die einfacheren Fälle nun nicht mehr unbedingt.

In dieser Woche wollen wir nun zunächst weiteren Problemen dieses Aufgabentypus zuwenden, um unser Wissen zu festigen und etwas Routine zu erhalten, bevor wir uns dann dem nächsten Kapitel zuwenden.

1 Üben des Aufstellens von Gleichungen

Erledige bitte folgende Aufgaben schriftlich in dein Heft.

Denke dabei daran, dich an die vorgeschriebene Vorgehensweise (siehe Merksatz der letzten Stunde bzw. blauer Kasten auf S. 136) zu halten, um eine übersichtliche und vollständige Lösung zu erhalten.

Zunächst eine kleine Wiederholung aus dem Bereich der Terme:

S.138/5 **/7a**

Anschließend sollst du nun das Aufstellen der Terme trainieren. Mache dir bei jedem Schritt im Stil der obigen beiden Aufgaben klar, ob eine erstellten Gleichungen Sinn machen und überprüfe die gefundenen Lösungen anhand der Aufgabenstellung. („Erfüllt die gefundene Lösung die gestellte Bedingung?“)

S.138/10 **/11**

Hinweis: Beachte hierbei die am rechten Rand notierten Hinweise. Überlege dir, wie du eine zweistellige Zahl mit den geforderten Bedingungen unter Verwendung **einer** Variable schreiben kannst.

S.139/15 **/16** **/18**

Die letzten beiden Aufgaben dieses Abschnitts sind anspruchsvoller. Hier eignen sich auch Skizzen zur Ergänzung und Veranschaulichung. Definiere zu Beginn die für dich nötig erscheinenden Variablen und versuche die beschriebenen Sachzusammenhänge in Gleichungen zu übersetzen.

Viel Spaß!

S. 137/3 (Die Anzahl der Beine einer Spinne bzw. eines Käfers kannst du den Bildern entnehmen.)

S.139/17

2 Prozentrechnung

Als zweiten Abschnitt wollen wir uns diese Woche mit der Prozentrechnung beschäftigen.

Dies kennst du im Prinzip schon aus dem vergangenen Jahr. Das große Ziel bei uns wird sein, dass die Berechnung nun **ohne** weitere **Verwendung des Dreisatzes** ablaufen wird.

Dadurch wird die Rechnung **schneller, sauberer** und **übersichtlicher** werden.

Um dies zu erreichen, sehen wir uns zunächst die Grundlagen etwas genauer an.

Das Zentrum davon bildet die „**Grundgleichung der Prozentrechnung**“. Dies ist eine lineare Gleichung, in der der Zusammenhang zwischen Prozentsatz, Grundwert und Prozentwert beschrieben werden. Bevor wir die Gleichung aber in Form eines Hefteintrags näher betrachten wollen, sieh dir bitte als Einführung die drei Youtube-Videos im nächsten Abschnitt an. Diese sollen



dir die drei Größen ins Gedächtnis rufen und ein erstes Gefühl für ihre Rolle in der Grundgleichung liefern.

3 Einführung durch Youtube-Videos

Sieh dir bitte folgende Videos des Channels „Mathe – Simpleclub“ an, die du unter folgenden Links findest:

<https://www.youtube.com/watch?v=W4yiY-gjuJU>

<https://www.youtube.com/watch?v=RUqXGIUVbRs>

https://www.youtube.com/watch?v=fhwrBm_tqFg

Falls die Links nicht funktionieren, so rufe bitte im Internet die Seite „Youtube“ auf, gib in das Suchfeld

„Prozentwert berechnen einfach erklärt“/

„Grundwert berechnen einfach erklärt“ /

„Prozentsatz berechnen einfach erklärt“

ein und klicke auf das erste Video.

4 Hefteintrag

Nun wollen wir diese Grundlagen in Form eines Hefteintrags festzuhalten.

Übernimm bitte den Eintrag, der auf der folgenden Seite dargestellt ist, in dein Heft und denke auch daran, das Datum an den Rand zu schreiben.

5 Die Grundgleichung der Prozentrechnung

Möchte man Größen im Zusammenhang mit der Prozentrechnung berechnen, so hilft folgende Gleichung:

Die Grundgleichung der Prozentrechnung

Es gilt:

$$\textbf{Prozentsatz} \cdot \textbf{Grundwert} = \textbf{Prozentwert}$$

z. B. $45\% \cdot 360 = 162$

Dies ist eine lineare Gleichung. Ist eine der Größen gesucht, so wird diese in der Gleichung durch eine Variable, zum Beispiel x , ersetzt und die Gleichung nach der Variable aufgelöst.

Dabei unterscheidet man folgende Fälle:

Prozentwert gesucht

Ist beispielsweise gefragt, welchen Prozentwert ein **Prozentsatz von 40%** von dem **Grundwert 2125** ergibt, so kann der Prozentwert mit folgender Gleichung bestimmt werden:

$$40\% \cdot 2125 = x$$

$$x = 850$$

Grundwert gesucht

Falls bekannt ist, dass der **Prozentsatz von 65%** eines gesuchten Grundwertes den **Prozentwert 231,4** ergibt, dann kann dieser Grundwert leicht berechnet werden:

$$0,65 \cdot x = 231,4 \quad /: 0,65$$

$$x = 231,4 : 0,65$$

$$x = 356$$

Prozentsatz gesucht

Will man wissen, wie groß der Prozentsatz ist, den der Prozentwert 80,64 am Grundwert 384 ausmacht, so rechnet man:

$$x \cdot 384 = 80,64 \quad /: 384$$

$$x = 80,64 : 384$$

$$x = 0,21$$

$$x = 21\%$$

Wichtig: Lerne diese drei Gleichungen nicht auswendig! Sie dienen nur als Beispiel für den Umgang mit der Grundgleichung. Beginne bei allen Aufgabenstellungen mit der Grundgleichung und löse diese nach der jeweils gesuchten Variable auf.



Beachte: Die Aussage „**70% sind 140 €** ist **falsch**, da $20\% = \frac{20}{100} = 0,2$ gilt, was etwas ganz anderes als 140 € ist. Um korrekte Aussagen zu erhalten müssen immer alle drei Größen (Prozentsatz, Grundwert und Prozentwert) vorkommen, wie etwa bei: **70% von 200 € sind 140 €**. „Von“ wird in diesem Zusammenhang beim Übertrag in eine Gleichung immer durch eine Multiplikation ersetzt.

4 Festigung mithilfe des Buchs

Lies dir zur Festigung **die Seiten 140 und 141** im Buch durch.

5 Erste Übungsaufgabe

Anhand dieser Aufgabe wollen wir üben, die gegebenen Zahlen den Größen „Prozentsatz“, „Grundwert“ und „Prozentwert“ zuzuordnen.

Gib daher für **alle Teilaufgaben** von **S.141/1** die gesuchten und gegebenen Größen an und löse die Aufgabe im Kopf (ohne die Gleichung schriftlich aufzustellen; das folgt in der kommenden Woche).

Gehe dabei auf folgende Art und Weise vor:

S.141/1

a) Prozentsatz: 14%

Grundwert: 300 €

Gesucht: Prozentwert

Lösung: Prozentwert $x = 42$

Lösungen der Aufgaben aus Woche 1:

S.133/8

Manuela hat im Schritt von der ersten in die zweite Zeile vergessen, dass sie die gesamte linke Seite der Gleichung durch drei teilen muss.

Richtig wäre gewesen:

$$\begin{aligned}
 3x - 8 &= 9 && |:3 \\
 (3x - 8):3 &= 9:3 \\
 3x:3 - 8:3 &= 3 \\
 x - \frac{8}{3} &= 3 && | + \frac{8}{3} \\
 x &= 5\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

S.133/11a

Der Fehler ist von der dritten auf die vierte Zeile passiert und ähnelt dem Fehler aus Aufgabe 8. Hier wurde vergessen, dass beim Teilen der Gleichung durch x die gesamte rechte Seite, also insbesondere auch der zweite Summand „4“ durch x geteilt werden muss.

Die spätere Vereinfachung ist daher nicht möglich, und dieses Lösungsverfahren funktioniert für quadratische Gleichungen nicht.

(Ein passendes Verfahren werdet ihr in der 9. Klasse kennen lernen.)

S.133/15

e) $0 = 2,2v - 0,2 \cdot (8 - 2v) - \frac{8}{5}(v - 1)$

$0 = 2,2v - 0,2 \cdot 8 + 0,2 \cdot 2v - \frac{8}{5}v + \frac{8}{5} \cdot 1$

$0 = \underline{2,2v} - \underline{\frac{8}{5}} + \underline{0,4v} - \underline{\frac{8}{5}v} + \underline{\frac{8}{5}}$

$0 = \underline{v} + \underline{0}$

$v = 0$

→ „Aufräumen“ führt bereits auf die Lösung! :)



g) $2100x - 178(5x - 3) = 30(2x - 15) + 184$ } aufräumen
 $2100x - 178 \cdot 5x + 178 \cdot 3 = 30 \cdot 2x - 30 \cdot 15 + 184$
 $2100x - 890x + 534 = 60x - 450 + 184$
 $1210x + 534 = 60x - 266$ } x auf eine Seite
 $1150x + 534 = -266$ } x auf eine Seite
 $1150x = -800$ } $1:1150$: Vorzeichen
 $x = -\frac{16}{23}$

h) $2,8z - 0,4(3z - 8) = 2z - 1,8 - 0,6z$ } aufräumen
 $2,8z - 1,2z + 3,2 = 2z - 1,8 - 0,6z$
 $1,6z + 3,2 = 2z - 1,8 - 0,6z$ } x auf eine Seite
 $0,2z + 3,2 = -1,8$ } $1-3,2$
 $0,2z = -5$ } $1:0,2$: Vorzeichen
 $z = -25$

Falls x eine Lösung ist, so muss beim Einsetzen von x aus der Gleichung eine wahre Aussage werden.

Idee: Angegebene Lösung einsetzen und \square so bestimmen, dass die Aussage wahr wird.

a) $x = 1$:

$$4 \cdot 1 - 3 + \square \cdot 1 = 1 - 1$$

$$4 - 3 + \square = 0$$

$$1 + \square = 0 \quad | -1$$

$$\square = -1$$

$\Rightarrow x=1$ ist eine Lösung der Gleichung

$$„4 \cdot x - 3 + (-1) \cdot x = 1 - x“.$$

b) $x = 0$:

$$4 \cdot 0 - 3 + \square \cdot 0 = 1 - 0$$

$$-3 = 1 \quad \text{⚡}$$

Diese Gleichung ist immer falsch.

Es gibt also keine solche Zahl.



c) $x = 100$:

$$4 \cdot 100 - 3 + \square \cdot 100 = 1 - 100$$

$$400 - 3 + 100 \cdot \square = -99$$

$$397 + 100 \cdot \square = -99 \quad | -397$$

$$100 \cdot \square = -496 \quad | :100$$

$$\square = \underline{\underline{-4,96}}$$

$\Rightarrow x = 100$ ist eine Lösung der Gleichung
 „ $4 \cdot x - 3 - \underline{\underline{4,96}} \cdot x = 1 - x$ “.

S.134/17

c) $x \cdot (2x - 2) - x^2 = x \cdot (x + 1) - 3x + 1$

$$2x^2 - 2x - x^2 = x^2 + x - 3x + 1$$

$$x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 \quad | -x^2$$

$$-2x = -2x + 1 \quad | :3$$

$$0 = 1$$

Diese Gleichung ist **immer falsch**! Es gibt keine Zahl, die man für x einsetzen kann, um eine wahre Aussage zu erhalten. Daher hat die Gleichung keine Lösung.

d) $x \cdot (2x - 2) + x^2 = x \cdot (x + 1) - 3x$

$$2x^2 - 2x + x^2 = x^2 + x - 3x$$

$$3x^2 - 2x = x^2 - 2x \quad | +2x$$

$$3x^2 = x^2 \quad | -x^2$$

$$2x^2 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 = 0$$

Diese Gleichung ist nur erfüllt für $x = 0$. Die Gleichung hat also genau eine Lösung.

„Die Summe von zwei Zahlen ist 720, ihre Differenz 86.“

1. Variable(n) einführen

Hier haben wir zwei Unbekannte, nämlich die beiden Zahlen. Daher müssen für beide Zahlen Variablen definiert werden, wie beispielsweise:

$$a := \text{erste Zahl}$$

$$b := \text{zweite Zahl}$$

2. Gleichung(en) aufstellen

Wir bekommen hier zwei Zusammenhänge gegeben, die wir in je eine Gleichung übersetzen können:

$$a + b = 720$$

$$a - b = 86$$

Welche der Zahlen hier die Rolle des Dividenden bzw. Divisors übernimmt ist nicht festgelegt. Daher ist das hier frei wählbar.

Dass hier zwei Gleichungen gegeben sind ist gut, da wir diese für die Bestimmung der zwei Variablen auch benötigen.

3. Gleichung lösen

Dies ist hier nicht direkt möglich, da es zwei Gleichungen mit je zwei Unbekannten sind. Wir können aber eine der Gleichungen nach einer beliebigen Variable auflösen und diesen Zusammenhang dann in die erste Gleichung einsetzen.

So folgt beispielsweise aus der zweiten Gleichung:

$$a - b = 86 \quad | + b$$

$$a = 86 + b$$

Dies kann man nun in die erste Gleichung einsetzen:

$$a + b = 720$$

$$(86 + b) + b = 720$$

$$86 + 2b = 720 \quad | - 86$$

$$2b = 634 \quad | : 2$$

$$b = 317$$

Daraus lässt sich dann auch die zweite Variable bestimmen:

$$a = 86 + b$$

$$a = 86 + 317$$

$$a = 403$$

4. Ergebnis überprüfen und formulieren

Die Variablen der obigen Gleichungen werden durch die Zahlen $a = 403$ und $b = 317$ ersetzt und überprüft, ob dies Lösungen der Gleichungen sein können.

$$a + b = 403 + 317 = 720$$

$$a - b = 403 - 317 = 86$$

Die Variablen erfüllen beide Gleichungen und sind daher die gesuchten Lösungen.

Antwortsatz:

Die gesuchten Zahlen sind 403 und 317.



„Von drei Zahlen ist die zweite Zahl doppelt so groß und die dritte viermal so groß wie die erste.
Die Summe der Zahlen ist 84.

1. Variable einführen

Hier ist von drei Zahlen die Rede. Da diese aber alle in Abhängigkeit der ersten Zahl dargestellt werden können, genügt es, für diese eine Variable einzuführen und die anderen Zahlen mit deren Hilfe darzustellen.

$$m := \text{erste Zahl}$$

Daraus folgt:

$$\text{Zweite Zahl: } 2 \cdot m$$

$$\text{Dritte Zahl: } 4 \cdot m$$

2. Gleichung aufstellen

Nachdem wir alle Zahlen nun mit Hilfe der Variable darstellen können, verpacken wir die Information über die Summe in eine Gleichung:

$$m + 2 \cdot m + 4 \cdot m = 84$$

3. Gleichung lösen

Hier haben wir eine lineare Gleichung mit einer Unbekannten gegeben, weshalb wir unser Standard-Lösungsverfahren anwenden können.

$$m + 2 \cdot m + 4 \cdot m = 84$$

$$7 \cdot m = 84$$

$$m = 12$$

Daraus kann man auch die übrigen Zahlenwerte bestimmen:

$$2 \cdot m = 2 \cdot 12 = 24$$

$$4 \cdot m = 4 \cdot 12 = 48$$

4. Ergebnis überprüfen und formulieren

Nun wird überprüft, ob die drei gefundenen Zahlen die oben formulierten Bedingungen erfüllen.

$$12 + 24 + 48 = 84$$

$$24 = 2 \cdot 12$$

$$48 = 4 \cdot 12$$

Dies trifft auf unsere Lösung zu. Wir können sie also in einem Antwortsatz formulieren.

Antwortsatz:

Die gesuchten Zahlen sind 12, 24 und 48.

„Von drei Zahlen ist die zweite um 7 größer als die erste und halb so groß wie die dritte. Die Summe der drei Zahlen ist 84.

1. Variable einführen

Hier ist ebenfalls von drei Zahlen die Rede. Auch hier genügt aber eine Variable, da sie alle in Abhängigkeit der zweiten Zahl angegeben sind. Es bietet sich daher an, eine Variable für die zweite Zahl einzuführen und die beiden übrigen Zahlen in Abhängigkeit von ihr anzugeben.

$$k := \text{zweite Zahl}$$

Daraus folgt:

$$\text{Erste Zahl: } k - 7$$

(Die zweite Zahl ist um 7 **größer** als die erste Zahl. Daher muss man 7 **subtrahieren**, um auf die kleinere erste Zahl zu kommen.)

$$\text{Dritte Zahl: } 2 \cdot k$$

(Die zweite Zahl ist halb so groß wie die dritte Zahl. Umgekehrt bedeutet das: Die dritte Zahl ist doppelt so groß wie die zweite Zahl. Dies kann man als Term formulieren.)

2. Gleichung aufstellen

Nachdem wir alle Zahlen nun mit Hilfe der Variable darstellen können, verpacken wir die Information über die Summe in eine Gleichung:

$$(k - 7) + k + 2 \cdot k = 100$$

3. Gleichung lösen

Hier haben wir eine lineare Gleichung mit einer Unbekannten gegeben, weshalb wir unser Standard-Lösungsverfahren anwenden können.

$$\begin{array}{rcl} (k - 7) + k + 2 \cdot k & = & 100 \\ 4 \cdot k - 7 & = & 100 \quad | + 7 \\ 4 \cdot k & = & 107 \quad | : 4 \\ k & = & 26,75 \end{array}$$

Daraus kann man auch die übrigen Zahlenwerte bestimmen:

$$\begin{aligned} k - 7 &= 26,75 - 7 = 19,75 \\ 2 \cdot k &= 2 \cdot 26,75 = 53,5 \end{aligned}$$

4. Ergebnis überprüfen und formulieren

Nun wird überprüft, ob die drei gefundenen Zahlen die oben formulierten Bedingungen erfüllen.

$$\begin{aligned} 19,75 + 26,75 + 53,5 &= 100 \\ 19,75 &= 26,75 - 7 \\ 53,5 &= 2 \cdot 26,75 \end{aligned}$$

Dies trifft auf unsere Lösung zu. Wir können sie also in einem Antwortsatz formulieren.

Antwortsatz:

Die gesuchten Zahlen sind 19,75, 26,75 und 53,5.



S.137/2

a) „Ein Winkel ist um 28° größer als sein zugehöriger Nebenwinkel.“

1. Variable einführen

Einer der Winkel wird im Folgenden mit Hilfe einer Variable dargestellt:

$$x := \text{erster Winkel}$$

Der zweite Winkel kann mit dessen Hilfe geschrieben werden als:

Hier ist ebenfalls von drei Zahlen die Rede. Auch hier genügt aber eine Variable, da sie alle in Abhängigkeit der zweiten Zahl angegeben sind. Es bietet sich daher an, eine Variable für die zweite Zahl einzuführen und die beiden übrigen Zahlen in Abhängigkeit von ihr anzugeben.

$$\text{zweiter Winkel: } x - 28^\circ$$

2. Gleichung aufstellen

Aus dem Nebenwinkelsatz folgt:

$$x + (x - 28^\circ) = 180^\circ$$

3. Gleichung lösen

$$\begin{array}{rcl} x + x - 28^\circ & = & 180^\circ \\ 2x - 28^\circ & = & 180^\circ \quad | + 28^\circ \\ 2x & = & 208^\circ \quad | : 2 \\ x & = & 104^\circ \end{array}$$

Für den Nebenwinkel („zweiter Winkel“) gilt dann:

$$x - 28^\circ = 104^\circ - 28^\circ = 76^\circ$$

4. Ergebnis überprüfen und formulieren

Nun wird überprüft, ob die drei gefundenen Zahlen die oben formulierten Bedingungen erfüllen.

$$\begin{array}{l} 104^\circ + 76^\circ = 180^\circ \\ 76^\circ = 104^\circ - 28^\circ \end{array}$$

Dies trifft auf unsere Lösung zu. Wir können sie also in einem Antwortsatz formulieren.

Antwortsatz:

Der gesuchte Winkel ist 104° groß. (Sein Nebenwinkel hat 76° .)

b) „In einem rechtwinkligen Dreieck ist einer der beiden spitzen Winkel dreimal so groß wie der andere.“

1. Variable einführen

Größe eines der beiden spitzen Winkel: b

Größe des anderen spitzen Winkels: $3b$

2. Gleichung aufstellen

Aus dem Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck folgt:

$$90^\circ + b + 3b = 180^\circ$$

3. Gleichung lösen

$$90^\circ + b + 3b = 180^\circ$$

$$90^\circ + 4b = 180^\circ \quad | - 90^\circ$$

$$4b = 90^\circ \quad | : 4$$

$$b = 22,5^\circ$$

Die Größe des anderen spitzen Winkels lässt sich daraus berechnen:

$$3b = 3 \cdot 22,5^\circ = 67,5^\circ$$

4. Ergebnis überprüfen und formulieren

Nun wird überprüft, ob die drei gefundenen Zahlen die oben formulierten Bedingungen erfüllen.

$$90^\circ + 22,5^\circ + 67,5^\circ = 180^\circ$$

$$67,5^\circ = 3 \cdot 22,5^\circ$$

Dies trifft auf unsere Lösung zu. Wir können sie also in einem Antwortsatz formulieren.

Antwortsatz:

Die gesuchten spitzen Winkel sind $22,5^\circ$ und $67,5^\circ$ groß.