Mathematik Q11 – Woche vom 23.3. bis 27.3.

Thema: Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten

Kurze Zusammenfassung der wichtigsten Inhalte:

Eine Funktion der Form f(x) = $a \cdot x^{\frac{p}{q}}$ (a ∈ ℝ, p ∈ ℤ, q ∈ ℕ) heißt **Potenzfunktion mit rationalem Exponent**, d.h. der Exponent ist ein Bruch.

Beachte: rationale Exponenten kann man auch als Wurzeln schreiben!

Bsp.: $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$

==> in der **Definitionsmenge** sind alle Zahlen, für die der Term unter der Wurzel ≥ 0 ist.

Bsp.: f(x) = $(x-3)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(x-3)^3}$ $\mathbb{D}$= [3; ∝ [

Eine besonders wichtiger Sonderfall ist die Wurzelfunktion $f(x) = \sqrt{x}$.

Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten sind streng monoton. Die **Wertemenge** erschließt sich damit aus dem Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs.

Bsp.: f(x) = $(x-3)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(x-3)^3}$ $\mathbb{D}$ = [3; ∝ [

f(3) = 0 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ --> W = [0; ∝[

Die **Ableitung** von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten bildet sich analog zu Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten.

Bsp.: f(x) = x^3 ==> f'(x) = $3x^2$ analog gilt: f(x) = $x^{\frac{3}{2}}$ ==> f'(x) = $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$

(Die allgemeine Definition ist auf S.139 unten nachzulesen!)

Wichtiger Sonderfall **Wurzelfunktion**(bitte merken): f(x) = $\sqrt{x}$ ==> f'(x)$= \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Arbeitsaufträge:

zu verketteten Funktionen: Bearbeiten Sie die Aufgaben Buch S. 138/14+15

zu Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten:

- Lesen Sie die Seiten 139-141 im Buch. Beachten Sie besonders die unterschiedlichen Typen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten. Eine Übersicht mit den jeweiligen Eigenschaften ist im Buch auf S. 139 dargestellt. (Tipp: Mit Geogebra lassen sich die Funktionen schnell darstellen!)
  Hinweise: Der Beweis der Ableitungsregel ist nur für Interessierte. Das Thema Stammfunktion behandeln wir erst in der Q12.
- Bearbeiten Sie die Aufgaben Buch S. 141/2, 3 (Zeichnung auch mit Geogebra möglich) und 5 (ohne Stammfunktion).