

FÜMO 25 1. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Gleichseitige Dreiecke

a) Wegen der Gleichseitigkeit der Dreiecke gilt:

$$\overline{IK} = 6 \text{ cm}, \text{ also ist } \overline{ID} = \overline{KD} = \overline{IN} = \overline{NK} = 6 \text{ cm}, \overline{GH} = 2 \text{ cm}, \text{ also ist } \overline{GI} = \overline{IH} = 2 \text{ cm}.$$

Daraus folgt:

$$\overline{HF} = \overline{FC} = \overline{HC} = \overline{CD} = \overline{HD} = 6 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}.$$

$$\overline{ME} = \overline{EG} = \overline{MG} = \overline{MN} = \overline{NG} = 6 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}.$$

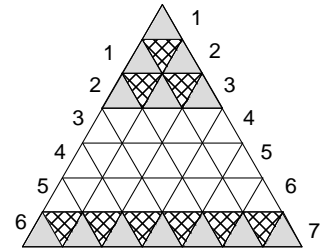
$$\overline{GF} = \overline{HF} - \overline{GH} = 4 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 2 \text{ cm}.$$

$$\overline{AE} = \overline{EB} = \overline{EF} = \overline{EG} - \overline{GF} = 8 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$$

$$\text{Damit ist } \overline{AL} = \overline{MA} = \overline{ME} + \overline{AE} = 8 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 14 \text{ cm}.$$

b) Wegen $14 \text{ cm} : 2 \text{ cm} = 7$ passt die Seite des kleinsten Dreiecks 7-mal in die Seite des größten Dreiecks. Aus der Abbildung erkennt man, dass

$$1+2+3+4+5+6+7 + 1+2+3+4+5+6 = 28 + 21 = 49 \text{ kleine Dreiecke in das große hineinpassen.}$$



Aufgabe 2 Jubelzahlen

a) $25 = 5 \cdot 5$ $2525 = 5 \cdot 5 \cdot 101$ $252525 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$

b) n-te Jubelzahl: $25252525 \dots 25 = 25 + 25 \cdot 100 + 25 \cdot 10000 + \dots + 25 \cdot 100 \dots 00$
 $= 25 \cdot (1 + 100 + 10000 + \dots + 100 \dots 00)$

In jeder Faktorisierung einer Jubelzahl taucht also der Faktor 25 auf. Damit hat jede Jubelzahl mindestens zweimal den Primfaktor 5 in ihrer Primfaktorzerlegung.

Der zweite Faktor hat an der Einerstelle eine 1 stehen. Damit ist diese Zahl nicht durch 5 teilbar.

Es kann also keine weitere 5 in der Zerlegung auftauchen.

c) Jede Zahl ist durch 1 teilbar. Durch 2, 4, 6 und 8 ist die Zahl wegen der Endziffer 5 nicht teilbar. Teilt man die Jubelzahl mit 2016 Ziffern durch 25, erhält man die Zahl 10101...101.

Diese Zahl hat 2015 Ziffern, 1008 mal die Ziffer 1 und 1007 mal die Ziffer 0.

Damit ist die Quersumme der Zahl 1008. Da die Quersumme durch 3 und 9 geteilt werden kann, ist auch die Jubelzahl mit 2016 Ziffern durch 3 und 9 teilbar.

Da 2016 durch 6 teilbar ist, ist die Jubelzahl mit 2016 Stellen durch 252525 teilbar und enthält so alle Teiler von 252525, also auch die 7.

Also sind die Ziffern 1, 3, 5, 7 und 9 alle einstelligen Teiler der Jubelzahl mit 2016 Ziffern.

Aufgabe 3 Die Zeit läuft

a) Zunächst lässt man nur die 7-Minuten-Uhr laufen. Nach 7 Minuten dreht man beide Uhren um. Nach weiteren 5 Minuten (Insgesamt 12 min) ist die kleinere Uhr abgelaufen und wird umgedreht. Nach weiteren 2 Minuten (= 14 min) ist die größere Uhr abgelaufen; in der kleineren ist Sand für 2 Minuten gefallen. Dreht man diese nochmals um, so dauert es 2 Minuten (= 16 min) bis dieser Sand zum restlichen rieselt.

b)

Zeit	Kleinere Uhr (5 min)	Größere Uhr (7 min)
0 min	voll	voll
5 min	leer, umdrehen	noch 2 min Laufzeit
7 min	2 min abgelaufen, umdrehen, noch 2 min	leer, umdrehen
9 min	leer, umdrehen	2 min abgelaufen, umdrehen, noch 2 min
11 min	2 min abgelaufen, umdrehen, noch 2 min	leer
13 min	leer	---